Comité Español de Iluminación

Título del trabajo/ Title of paper

Flujo de energía, potencia y factor de potencia en circuitos eléctricos no lineales de iluminación y alumbrado.

Autor/es/ Author/s

Francisco J Bugallo Siegel
Santiago Pindado Carrión
Carlos A. Lozano Arribas

Afiliación/es del autor/es/ Affiliation/s of the author/s

Departamento de Sistemas Aeroespaciales, Transporte Aéreo y Aeropuertos. Universidad Politécnica de Madrid.

Dirección principal/ Mail adress

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio.
Plaza del Cardenal Cisneros, 3 – 28040 Madrid

Teléfono, fax, e-mail de la persona de contacto/
Phone, fax number and e-mail adress of the contact person

Telf.- 913366330 – Ext 104
Fax.- 913366360
Email.- f.bugallo@upm.es

Tema: Investigación y Desarrollo.

Alumbrado interior y Luz natural
Aspectos generales de la iluminación
Científico y Formación
Divulgación científica
Eficiencia Energética
Fotobiología, Fotoquímica y UV
Fotometría y Luminotecnia
Informática
Investigación y Desarrollo
Los LEDs y sus aplicaciones
Luz y Salud
Normativa y Legislación
Novedades
Realizaciones
Visión y color

Resumen texto, con principales resultados/
Summary of text with principal results

El estudio sistemático de la transmisión de energía eléctrica en sistemas no lineales (no sinusoidales) cobra una primordial importancia por la implantación, cada vez más extendida, de sistemas no lineales de conversión de la energía eléctrica en las redes de distribución de energía eléctrica.
El hecho de la deformación de las corrientes de distribución (periódicas no sinusoidales) en instalaciones de iluminación y alumbrado, es ya conocido por el uso de reactancias con lámparas de descarga, provocadas por los efectos de histéresis en sus núcleos, y por la utilización de equipos auxiliares, tales como fuentes de alimentación conmutadas, o no, con lámparas halógenas, lámparas de bajo consumo y lámparas Led, con un uso mucho mas extendido hoy en día.
En este trabajo se desarrollan las expresiones del flujo de energía eléctrica en cargas no lineales, para su aplicación en circuitos eléctricos no lineales de iluminación y alumbrado. Se reconsideran las definiciones y formulaciones de los distintos conceptos de potencia: instantánea, activa, aparente, reactiva y se establece la potencia de distorsión. Se definen los conceptos de ángulo de desplazamiento y factor de desplazamiento, para proponer una definición más genérica del factor de potencia. Se analiza el concepto de corrección del factor de potencia mediante la conexión de una rama capacitiva en paralelo con la luminaria o instalación, y se evalúan sus posibles limitaciones y efectos. Se comprueban y comentan algunos resultados obtenidos experimentalmente en ensayos realizados en laboratorio con ciertas lámparas de estos tipos, estableciéndose unas conclusiones significativas.

FLUJO DE ENERGÍA, POTENCIA Y FACTOR DE POTENCIA EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS NO LINEALES DE ILUMINACIÓN Y ALUMBRADO.

1.- INTRODUCCIÓN.-

De forma general, el flujo de energía eléctrica por unidad de tiempo que se transfiere desde una fuente de tensión a un circuito, o energía utilizada, define la potencia eléctrica involucrada en dicha transferencia: $p(t)=\frac{d\,w(t)}{dt}$. Dado que la variación de la energía por unidad de carga eléctrica determina el potencial eléctrico: $v(t)=\frac{d\,w(t)}{d\,q(t)}$, y que la variación de carga eléctrica por unidad de tiempo constituye la corriente eléctrica: $i(t)=\frac{d\,q(t)}{d\,t}$, la potencia eléctrica instantánea transferida se expresa por: $p(t)=v(t).i(t)$, y se mide en vatios.

Las relaciones que involucran la potencia instantánea satisfacen el Principio de Superposición.

El valor medio de esta potencia instantánea se define como potencia media, también llamada potencia activa o simplemente potencia: $P_{med}=P$, y se mide en vatios.

La cantidad conocida como potencia aparente se establece mediante el producto del valor eficaz de la tensión por el valor eficaz de la corriente: $S=V_{ef}\times I_{ef}$, y tiene también dimensiones de vatios, pero su unidad de medida es el voltamperio para diferenciarla de la potencia instantánea y de la potencia media. En general, la potencia aparente no tiene una naturaleza física. Representa la energía máxima que es capaz de transferir la fuente eléctrica de tensión a las cargas conectadas. Las relaciones que involucran la potencia aparente no satisfacen los principios de la energía, no existe un principio de conservación de la potencia aparente.

El factor de potencia se puede establecer como un rendimiento en la transmisión de la energía eléctrica ya que es el cociente entre la potencia media, o transferida por la fuente a la carga, y la potencia aparente o máxima que puede transferir la fuente. Se expresa por: $fp=\frac{P_{med}}{S}$, y es una cantidad adimensional.

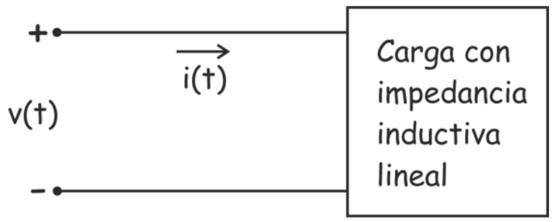
Por otra parte, la cantidad conocida como potencia reactiva Q, con dimensiones de vatio pero que se mide en voltamperios reactivos, no está asociada con la disipación de energía y puede, o no, estar asociada con el almacenamiento de energía eléctrica en campos magnéticos o campos eléctricos. La mayoría de los autores la definen como la componente de la potencia aparente en cuadratura con la potencia media o activa, verificándose la expresión: $S^2=P^2+Q^2$. Las relaciones que involucran a la potencia reactiva no satisfacen, en general, los principios de conservación de la energía. En circuitos lineales sinusoidales la potencia reactiva está totalmente relacionada con el almacenamiento de energía, y las componentes de la potencia reactiva pueden ser sumadas algebraicamente.

Se han de distinguir entre las cantidades potencia instantánea y potencia media, con realidad física, de las cantidades correspondientes a la potencia aparente y la potencia reactiva en general.

2.- TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA DESDE UNA FUENTE DE TENSIÓN SINUSOIDAL A UNA IMPEDANCIA LINEAL.

Esta era la situación de las instalaciones iluminación con cargas resistivas puras o lámparas incandescentes, o bien grupos de transformadores de tensión con sus lámparas operativas y en algunos casos lámparas de descarga de baja potencia con balastos ferromagnéticos. Hoy en día es muy difícil ver instalaciones de este tipo ya que las lámparas incandescentes se van sustituyendo por lámparas compactas ahorradoras de energía que disponen de balastos electrónicos, o bien por lámparas halógenas de baja tensión con transformadores electrónicos, o lámparas led con fuentes conmutadas de alimentación.
Pero este caso, de carga lineal con fuentes de tensión sinusoidales, permite ir presentando conceptos y expresiones matemáticas muy útiles en casos posteriores más complejos.

Se toma como hipótesis de partida un circuito eléctrico monofásico formado por una fuente de tensión ideal, es decir sin impedancia interna, que alimenta, a través de una línea sin pérdidas, una carga o impedancia supuestamente inductiva.



- **Valores instantáneos de la tensión y de la corriente.-**

Sea la tensión de la forma: $v(t)=\sqrt{2}\,V\,sen\,(\omega\,t)$, y la corriente dada por: $i(t)=\sqrt{2}\,I\,sen\,(\omega\,t+\varphi)$, el ángulo φ indica el retraso o adelanto temporal expresado en radianes de la función corriente respecto de la función tensión que se denomina en general ángulo de fase. Con $\varphi > 0°$ la corriente está adelantada respecto de la tensión, impedancia capacitiva, y con $\varphi < 0°$ está retrasada, impedancia inductiva.

- **Valor eficaz.-**

Se determina el valor eficaz (**rms** – root mean square) de una función periódica por el valor cuadrático medio, es decir: $V_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(\omega t)\,d\omega t}$,
que para $v(t)=\sqrt{2}\,V\,sen\,(\omega\,t)$ se obtiene: $V_{rms}=V$, y de forma similar: $I_{rms}=I$

- **Potencia instantánea y potencia media.-**

La expresión matemática de la potencia instantánea suministrada por la fuente es: $p(t)=v(t).i(t)$, sustituyendo los valores de las funciones tensión y corriente se llega a: $p(t)=V\,I\left[1-\cos(2\,\omega t)\right]\cos\varphi+V\,I\,sen(2\,\omega t)\,sen\,\varphi\cdot$

La transferencia instantánea de energía es pulsante, de doble frecuencia que la frecuencia de la tensión. El primer término del segundo miembro es una función siempre positiva por lo que su valor medio es positivo y constante. Corresponde a la transferencia neta de energía a la carga. El segundo término del segundo miembro es una función alternada que toma valores positivos y negativos iguales, es una energía fluctuante que durante un semiperíodo va de la fuente a la carga y durante el siguiente semiperíodo va de la carga al generador, y por tanto tendrá un valor medio nulo.
La potencia media, para funciones periódicas, se define matemáticamente por:

$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt$, es decir el valor medio de la función $p(t)$ en un período, en este caso: $P = 2\,V\,I\,\frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\pi} sen\,(\omega t)\,sen\,(\omega t + \varphi)\,dt = V\,I\,\cos\varphi$

La potencia media está comprendida entre el valor mínimo cero y el valor máximo $V.I$ que se presenta para $\cos\varphi = 1$, es decir, cuando la tensión y la corriente están en fase, lo que equivale a que la carga sea resistiva pura.

- **Potencia aparente.-**

La potencia aparente se define mediante el producto de la tensión eficaz por la corriente eficaz, siendo su expresión matemática: $S = V.I$, y se mide en voltamperios. Representa, para una situación de carga dada de una fuente de tensión, el límite de la potencia activa que puede transferir y que corresponde a $\cos\varphi = 1$.

- **Factor de potencia.-**

Para una transmisión eficiente de la energía desde la fuente a su carga, es deseable maximizar la potencia media, a la vez que minimizar el valor eficaz de la corriente suministrada.
El factor de potencia se puede entender como un rendimiento de la energía eléctrica transmitida:

$fp = \frac{P\,(potencia\ media)}{S\,(potencia\ aparente)} = \frac{V\,I\,\cos\varphi}{V\,I}$, por tanto: $fp = \cos\varphi$.

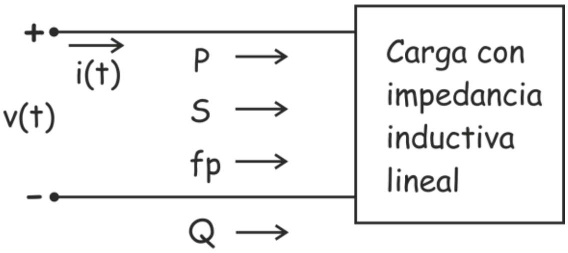
Su valor máximo es $fp = 1$, que corresponde a la máxima transferencia de potencia entre la fuente y la carga, y su valor mínimo es $fp = 0$ que indica la ausencia de transferencia de potencia.
Dado que el factor de potencia es igual a $\cos\varphi$, y la variación del desfase φ es de $-90° \rangle \varphi \rangle 90°$, su valor es siempre positivo aun cuando el ángulo sea negativo. Para obviar esta indeterminación (duplicidad de valores) se establece la siguiente denominación, el factor de potencia será en retraso (retardo) cuando $\varphi \rangle 0°$ y en adelanto cuando $\varphi \langle 90°$.

- **Potencia reactiva.-**

Definida como la componente de la potencia aparente que está en cuadratura con la potencia media y designándola por la letra Q, su expresión matemática es:

$Q = V\ I\ sen\,\varphi$. Se mide en voltamperios reactivos y puede ser positiva o negativa dependiendo del desfase tensión-corriente. Si el desfase es positivo, $\varphi \rangle 0^{\circ}$, el valor de Q es positivo y se le denomina en retraso, y por el contrario si el desfase es negativo, $\varphi \langle 0^{\circ}$, el valor de Q es negativo y se le denomina en adelanto, de acuerdo con la designación del factor de potencia.
La potencia reactiva, en este caso, está asociada a la acumulación de energía en los campos magnéticos de los inductores y en los campos eléctricos de los condensadores.
Dado que la potencia reactiva está en cuadratura con la potencia aparente, existe una relación entre la potencias media, aparente y reactiva dada por el triángulo de Pitágoras:

$S^2 = P^2 + Q^2$, o bien $tg\ \varphi = \dfrac{Q}{P}$

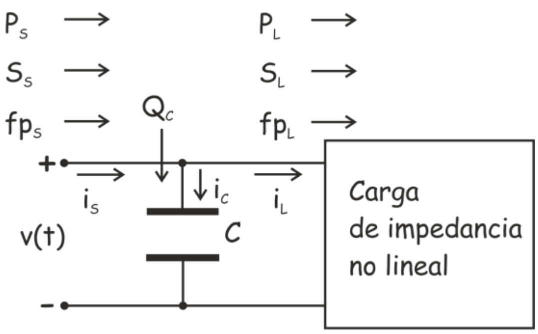


- **Corrección del factor de potencia.-**

Una fuente de tensión alterna suministrará, a igualdad de tensión, más energía eléctrica cuando la tensión y corriente suministradas estén en fase, es decir $\varphi = 0$, y por tanto $\cos\varphi = 1$, con lo que $fp = \dfrac{V\ I\ \cos\varphi}{V\ I} = \dfrac{V\ I}{V\ I} = 1$, es decir, el rendimiento de transferencia es máximo.
Si en la transferencia de energía existe un desfase entre la tensión y la corriente, $\varphi \neq 0^{\circ}$ y si se supone que la carga conectada es inductiva $\varphi \rangle 0^{\circ}$, el factor de potencia $fp = \cos\varphi$ no será la unidad, y existirá involucrada una potencia reactiva dada por $Q = V\ I\ sen\,\varphi$, de valor positivo, o en retraso. Si se desea la misma transmisión de potencia a la carga pero con un suministro menor de corriente por la fuente, se ha de corregir el factor de potencia, es decir, compensar la potencia reactiva. La corrección se establece conectando en paralelo con la fuente de tensión un condensador de potencia reactiva $Q_C = V\ I_C\ sen\,\varphi$.
Si la tensión aplicada a una carga inductiva es: $v(t) = \sqrt{2}\ V\ sen\,(\omega\, t)$, la corriente por la carga tendrá el valor: $i_L(t) = \sqrt{2}\ I\ sen\,(\omega\, t - \varphi)$.
Al conectar un condensador ideal, en paralelo con la fuente, la corriente por él tomará el valor: $i_C(t) = \sqrt{2}\ V\ \omega\ C\ sen\,(\omega\, t + 90^{\circ})$.
La corriente total suministrada por la fuente será la suma de ambas corrientes: $i_S = i_L + i_C$, sustituyendo y operando se llega a:

$i_S = \sqrt{2}\left[I_L\ sen(\omega t + \varphi) + V\ \omega\ C\ sen(\omega t + 90^{\circ})\right] = \sqrt{2}\, I_S\ sen(\omega t + \varphi_S)$, por tanto: $I_S^2 = (V\ \omega\ C)^2 + I_L^2 - 2\ V\ I_L\ C\ sen\,\varphi = (V\ \omega\ C - I_L\ sen\,\varphi)^2 + I_L^2\ \cos^2\varphi$, y

$tg\,\psi = \dfrac{V\,\omega\,C - I_L\,sen\,\varphi}{I_L\,\cos\varphi}$, siendo el factor de potencia: $fp = \dfrac{V\,I_S\,\cos\varphi}{V\,I_S} = \cos\varphi$, o bien: $fp = \dfrac{I_L\,\cos\varphi}{\sqrt{\left(V\,\omega\,C - I_L\,sen\,\varphi\right)^2 + I_L^2\,\cos^2\varphi}}$



Corolario.

Bajo el punto de vista de transferencia de energía, una carga descompensada, por ejemplo inductiva, provoca una fluctuación de la energía eléctrica entre la fuente de alimentación y el campo magnético de la carga. Esta energía oscilante, que no produce trabajo, es la causa del incremento del valor eficaz de la corriente suministrada por la fuente, comparada con la corriente que suministraría si la carga fuese resistiva. Provoca un aumento de las pérdidas en las líneas de alimentación cuando estas tienen una cierta impedancia, y un incremento en las pérdidas de la fuente de tensión si posee una impedancia interna elevada. El compensar la energía reactiva en la propia carga evita las pérdidas en la línea y en la fuente, mientras que la corrección del factor de potencia en terminales de la fuente sólo elimina las pérdidas en ella.

3.- TRANSMISIÓN DE ENERGÍA DE UN FUENTE DE TENSIÓN SINUSOIDAL A UNA IMPEDANCIA NO LINEAL.

Este es el caso más normal de instalaciones de baja tensión de sistemas de iluminación. Desde los años 70 del siglo pasado ha ido creciendo el uso de cargas no lineales sobre todo en el consumo doméstico con la aparición de los equipos digitales, tales como televisiones, dimmers para la iluminación, fuentes conmutadas, etc.
Todas estas cargas no lineales poseen ciertas características interesantes desde el punto de vista energético, que proporcionan una información útil sobre los posibles métodos de corrección del factor de potencia.

- **Valores instantáneos de la tensión y de la corriente.-**

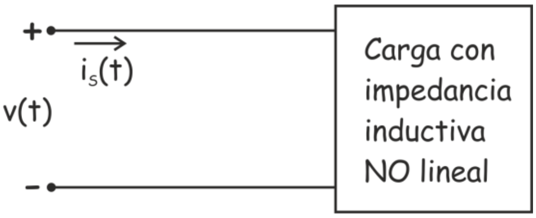
Sea una fuente ideal de tensión $v(t) = \sqrt{2}\,V\,sen\,(\omega\,t)$ conectada a una carga inductiva no lineal a través de conductores sin pérdidas. La corriente instantánea suministrada por la fuente será periódica no sinusoidal, pero se puede representar por una serie de Fourier suma de componentes armónicas sinusoidales de la forma:

$i_S(t) = \sqrt{2}\sum_{1}^{n} I_{S_n}\ sen\left(n\,\omega\,t + \psi_n\right)$, el subíndice S designa la corriente suministrada por la fuente y n es un número entero a contar desde uno, que indica el ordinal del armónico.

El primer término de los armónicos, correspondiente a $n=1$, por tanto tiene la misma pulsación, o frecuencia, que la de la tensión, y se denomina armónico fundamental.

$$i_S(t) = \sqrt{2}\, I_{S_1}\ sen\left(\omega\,t - \psi_1\right) + \sqrt{2}\sum_{2}^{n} I_{S_n}\ sen\left(n\,\omega\,t + \psi_n\right)$$

El signo del ángulo de fase ψ_n puede ser positivo para ciertos valores de n y negativo para otros. Se supone, en este caso, que la impedancia de la carga es inductiva y que la corriente es alternada, es decir, no contiene componente de continua.



- **Valor eficaz.-**

El valor eficaz de la tensión de la fuente será $V_{ef} = V$, y el valor eficaz de la corriente se determinará aplicando la expresión: $I_S = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_S^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi} i_S^2(\omega t)\,d\omega t}$.

$I_S(t) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\sum_{1}^{n}\sqrt{2}\,I_{S_n}\ sen\left(n\,\omega\,t + \psi_{S_n}\right)\right)^2 d\omega t}$, operando se llega a:

$I_S = \sqrt{I_{S_1}^2 + I_{S_2}^2 + \ldots + I_{S_n}^2}$, o bien: $I_S^2 = \sum_{1}^{n} I_{S_n}^2 = I_{S_1}^2 + \sum_{2}^{n} I_{S_n}^2$

- **Potencia instantánea y potencia media.-**

Siendo la potencia instantánea el producto de la tensión instantánea y la corriente instantánea se obtiene:

$$p(t) = \sqrt{2}\,V\ sen(\omega t) \times \sqrt{2}\sum_{1}^{n} I_{S_n}\ sen\left(n\,\omega\,t + \psi_{S_n}\right)$$

$$p(t) = 2\,V\,I_{S_1}\ sen(\omega t)\ sen\left(\omega t - \psi_{S_1}\right) + 2\,V\ sen(\omega t) \times \sum_{2}^{n} I_{S_n}\ sen\left(n\,\omega\,t + \psi_{S_n}\right)$$

La potencia media definida por: $P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{2\,\pi}\int_0^{2\,\pi} p(\omega t)\,d\omega t$ tiene como valor: $P_S = V\,I_{S_1}\cos\psi_{S_1}$, ya que la integral extendida a un período es nula para los productos de funciones de distinta frecuencia. La potencia activa o media es sólo transferida por los términos de la corriente con la misma frecuencia que la de la tensión.

- **Potencia aparente.-**

La potencia aparente se expresará por: $S_S = V.I_S = V.\sqrt{\sum_1^n I_{S_n}^2}$.

En la potencia aparente aparecen todos los armónicos de la corriente.

- **Factor de potencia.-**

El factor de potencia definido como $fp = \frac{P\,(potencia\ media)}{S\,(potencia\ aparente)}$, tomará el valor:

$$fp_S = \frac{V.I_{S_1}\cos\psi_{S_1}}{V.\sqrt{\sum_1^n I_{S_n}^2}} = \frac{I_{S_1}\cos\psi_{S_1}}{\sqrt{\sum_1^n I_{S_n}^2}}$$

El ángulo ψ_{S_1}, se denomina ***ángulo de desplazamiento*** y corresponde al desfase entre la tensión y el armónico fundamental de la corriente. Al término $\cos\psi_{S_1}$ se lo nombra ***factor de desplazamiento*** y contribuye en el factor de potencia.

Es importante hacer notar que el ángulo de desplazamiento a menudo, pero no siempre, es debido al almacenamiento de energía en componentes del circuito. Este ángulo puede ser distinto de cero, por ejemplo en ciertos circuitos rectificadores con carga resistiva.

De forma similar el término $\frac{I_{S_1}}{I_S} = \frac{I_{S_1}}{\sqrt{\sum_1^n I_{S_n}}}$ es la contribución al factor de potencia de la relación entre el valor eficaz del armónico fundamental de la corriente y el valor eficaz de la corriente. Es una medida de la distorsión de la corriente debida a la no linealidad de la impedancia de la carga. A esta relación se la denomina ***factor de distorsión***.

Así, el factor de potencia se puede expresar por:

$$fp = (factor\ de\ desplazamiento) \times (factor\ de\ distorsión) = (\cos\psi_{S_1}) \times \left(\frac{I_{S_1}}{I_S}\right)$$

Como por definición $I_S \rangle I_{S_1}$ debido a la presencia de armónicos de orden superior en la corriente, el factor de distorsión es menor que la unidad y por tanto el factor de potencia también es menor que la unidad aun cuando el factor de desplazamiento sea máximo, es decir, la unidad.

- **Distorsión armónica total (THD – Total Harmonic Distortion).**

  Es una relación, similar al factor de distorsión, que caracteriza la alinealidad de la carga.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_2^n I_{S_n}^2}}{I_{S_1}}$$

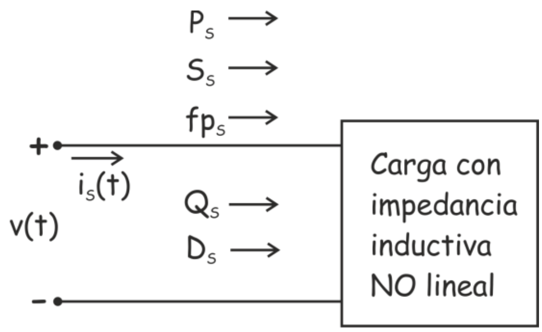
  Para $THD = 0$ no existen armónicos por lo que la carga es lineal, cuanto mayor sea el valor de THD más alineal es la carga.

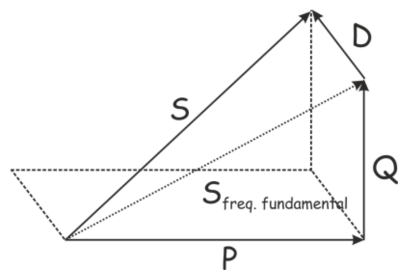
- **Potencia reactiva y Potencia de distorsión.-**

Al estar definida la potencia reactiva como la componente de la potencia aparente en cuadratura con la potencia activa, se expresará por: $Q_S = V.I_{S_1} \cos\psi_{S_1}$.

Se ha de recordar, que la potencia reactiva no proviene de un valor medio de potencia y no tiene una existencia física independiente en circuitos no lineales. El término Q_S define una componente analítica conveniente que es escogida por su dualidad con la potencia media o potencia física real.

Cuando la impedancia no es lineal es necesario definir una componente adicional denominada ***potencia de distorsión*** D_S, que se mide en voltamperios (de distorsión) y verifica la relación: $S_S^2 = P_S^2 + Q_S^2 + D_S^2$.





Como: $S_S = V.I_S$ y $P_S = V\ I_{S_1} \cos\psi_{S_1}$, y por definición: $Q_S = V.I_{S_1} \cos\psi_{S_1}$, y se verifica que: $P_S^2 + Q_S^2 = V^2.I_{S_1}^2$, se llega a la expresión: $D_S^2 = V^2.\sum_2^n I_{S_n}^2$

Como su nombre implica, la potencia de distorsión es creada por combinación de la tensión de la fuente y los componentes de la corriente de frecuencia distinta a la de la tensión. Como el valor medio de los productos de términos con distintas frecuencia es nulo, no se le puede asociar a una potencia media, pero contribuye a la potencia aparente. La potencia de distorsión, como la potencia reactiva, no tiene una existencia física independiente. La realidad es que la potencia media es menor en magnitud que la potencia aparente, pero no hay una justificación física, en general, y surge al separar en componentes analíticas la diferencia $S_S^2 - P_S^2$. Esta descomposición analítica: $S_S^2 - P_S^2 = Q_S^2 + D_S^2$ es válida cuando se consideran circuitos eléctricos lineales o no lineales sometidos a tensiones sinusoidales. En ellos, la potencia de distorsión se puede expresar en términos del factor de distorsión en la forma:

$D_S^2 = V^2.\left(I_S^2 - I_{S_1}^2\right) = V^2.I_S^2\left(1 - \dfrac{I_{S_1}^2}{I_S^2}\right)$; o bien:

$$D_S^2 = V^2.I_S^2\left(1 - \left(factor\ de\ distorsión\right)^2\right) = S_S^2\left(1 - \left(factor\ de\ distorsión\right)^2\right).$$

La expresión de la potencia de distorsión es independiente del factor de desplazamiento.

De la misma forma se puede expresar la potencia reactiva Q_S en función de del factor de desplazamiento:

$$Q_S^2 = V^2.I_{S_1}^2\ sen^2\,\psi_{S_1}^2 = V^2.I_{S_1}^2\left(1-\left(factor\ de\ desplazamiento\right)^2\right).$$

Por último, también se puede expresar el factor de desplazamiento como:

$$factor\ de\ desplazamiento = \frac{P_S}{\sqrt{P_S^2+Q_S^2}}.$$

EJEMPLO.-

Una tensión periódica sinusoidal de valor instantáneo: $v=\sqrt{2}\,200\ sen\ \omega t$ voltios, alimenta una carga con una impedancia no lineal, con lo que circula una corriente de valor instantáneo:

$i=\sqrt{2}\left[20\ sen\left(\omega t-45^\circ\right)+10\ sen\left(2\omega t+60^\circ\right)+10\ sen\left(3\omega t+60^\circ\right)\right]$ amperios.

Los valores eficaces de la tensión y corriente suministrada por la fuente son: $V=200\,V$ e $I^2=\sqrt{20^2+10^2+10^2}=600\ A^2$.

La potencia aparente será:

$$S^2=V^2.I^2=24\times10^6\left(VA\right)^2;\ S=2\sqrt{6}\times10^3=4.899\,VA.$$

La potencia activa, al ser una impedancia no lineal, se expresa por:

$$P=V.I_1\cos\psi_1=200\times20\cos 45^\circ=\frac{4000}{\sqrt{2}}W.$$

La potencia reactiva vendrá dada por:

$$Q=V.I_1\ sen\ \psi_1=200\times20\ sen\ 45^\circ=\frac{4000}{\sqrt{2}}VARr$$

La potencia de distorsión será:

$$D^2=V^2\left(I^2-I_1^2\right)=V^2\left(I_1^2+I_2^2\right)=200^2\left(10^2+10^2\right)=8\times10^6\left(VA\right)^2$$

Se comprueba que se verifica: $S^2=P^2+Q^2+D^2$.

El factor de desplazamiento se obtiene como: $factor\ desplazamiento=\cos\psi_1=\frac{1}{\sqrt{2}}=0'707$, y el factor de distorsión por:

$$factor\ de\ distorsión=\frac{I_1}{I}=\frac{20}{\sqrt{600}}=0'817.$$

Por último, el factor de potencia será: $fp=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{6}}=0'577$

Como la componente fundamental de la corriente es el armónico dominante y tiene un ángulo de fase negativo, es decir, este armónico está retrasado respecto de la tensión de la fuente, parece razonable tomar el factor de potencia en retraso.

El cambio en el valor de las fases ψ_1 y ψ_2 de los armónicos no tiene ningún efecto en el factor de potencia.

La reducción del ángulo de distorsión (fase del armónico fundamental de la corriente) de 45º a 0º incrementaría la potencia a 4000 W, haciéndose $Q=0$, pero D no cambiaría su valor y el factor de potencia aumenta hasta 0'871 del factor de distorsión.

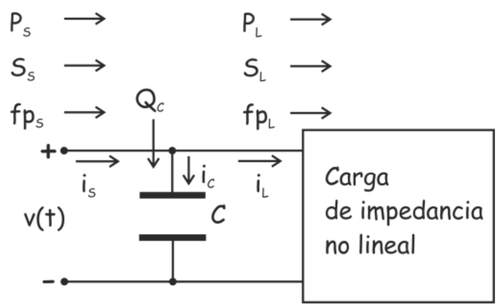
- **Corrección del factor de potencia mediante un condensador ideal conectado en paralelo con la fuente de tensión sinusoidal.-**

Sea C la capacidad de un condensador ideal conectado en paralelo con la fuente de tensión sinusoidal que suministra energía a una carga no lineal. La tensión y la corriente en la carga serán de la forma:

$$v(t)=\sqrt{2}\,V\,sen(\omega t)$$

$$i_L(t)=\sqrt{2}\sum_1^n I_{L_n}\,sen(n\omega t+\psi_{L_n})=\sqrt{2}\left[I_{L_1}\,sen(\omega t-\psi_{L_1})+\sum_2^n I_{L_n}\,sen(n\omega t+\psi_{L_n})\right]$$

el subindice L indica que la corriente es absorbida por la carga.
La impedancia de la caga se supone inductiva por lo que el ángulo de desplazamiento ψ_{L_1} tiene signo menos.



La potencia instantánea será:

$$p(t)=2V\,I_{L_1}\,sen(\omega t)\,sen(\omega t-\psi_{L_1})+2V\sum_2^n I_{L_n}\,sen(\omega t)\,sen(n\omega t+\psi_{L_n})$$, que se puede reordenar como:

$$p(t)=V\,I_{L_1}\cos\psi_{L_1}(1-\cos 2\omega t)-V\,I_{L_1}\,sen\psi_{L_1}\,sen 2\omega t$$
$$+2V\sum_2^n I_{L_n}\left\{\cos\left[(n-1)\omega t+\psi_{L_n}\right]-\cos\left[(n+1)\omega t+\psi_{L_n}\right]\right\}$$

El valor medio de la potencia o potencia activa es: $P_L=V\,I_{L_1}\cos\psi_{L_1}$, ya que las integrales extendidas a un período de los restantes términos son nulas.
Se comprueba que los valores eficaces de las hipotéticas corrientes corresponden directamente a las componentes analíticas de la potencia aparente.

$$P_L=V\,I_{L_1}\cos\psi_{L_1},\qquad Q_L=V\,I_{L_1}\,sen\psi_{L_1},\qquad D_L=V\sqrt{\sum_2^n I_{L_n}^2},\qquad S_L=V\sqrt{\sum_1^n I_{L_n}^2},$$

$$S_L=\sqrt{P^2+Q^2+D^2}$$

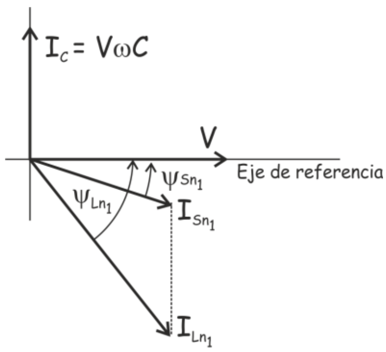
Al conectar un condensador ideal C en paralelo con la fuente de tensión, la corriente instantánea por el mismo vendrá dada por: $i_C(t) = \sqrt{2}\, V\, \omega\, C\, sen(\omega t + 90°)$, y la corriente suministrada por la fuente: $i_S(t) = i_L(t) + i_C(t)$.

Los subíndices S y C designan las corrientes suministrada por la fuente y absorbida por el condensador, respectivamente.
El condensador es una impedancia lineal y sólo circula por él el armónico fundamental. Por tanto, la corriente suministrada por la fuente contiene una componente fundamental que se divide en la corriente por la carga y la corriente por el condensador y la suma de las componentes de armónicos superiores que va directamente a la carga.

Teniendo en cuenta que: $i_L(t) = \sqrt{2}\, I_{L_1}\, sen(\omega t - \psi_{L_1}) + \sqrt{2}\sum_{2}^{n} I_{L_n}\, sen(n\omega t + \psi_{L_n})$,

se obtiene que: $i_S(t) = \sqrt{2}\, I_{S_1}\, sen(\omega t + \psi_{S_1}) + \sqrt{2}\sum_{2}^{n} I_{L_n}\, sen(n\omega t + \psi_{L_n})$, siendo:

$I_{S_1}^2 = V^2\omega^2C^2 + I_{L_1}^2 - 2\, V\, I_{L_1}\, \omega C\, sen\psi_{L_1}$, y $tg\,\psi_{S_1} = \dfrac{V\,\omega C - I_{L_1} sen\psi_{L_1}}{I_{L_1} \cos\psi_{L_1}}$



Como el condensador es ideal no tiene pérdidas y no consume potencia activa. Por tanto, toda la potencia activa suministrada por la fuente la consume la impedancia de carga:

$P_L = P_S = V\, I_{L_1} \cos\psi_{L_1} = V\, I_{S_1} \cos\psi_{S_1}$.

Al ser el condensador una carga lineal alimentada por una tensión sinusoidal su potencia de distorsión es nula: $D_C = 0$.

Por ser $P_C = 0$ y $D_C = 0$, la potencia reactiva del condensador será igual a su potencia aparente: $S_C = P_C = V^2\omega C$.

El factor de potencia en terminales de la fuente, debido a la presencia del condensador, se puede expresar por:

$$fp_S = \frac{I_{L_1} \cos\psi_{L_1}}{\sqrt{V^2\omega^2C^2 + I_{L_1}^2 - 2\, V\, I_{L_1}\, \omega C\, sen\psi_{L_1} + \sum_{2}^{n} I_{L_n}^2}}.$$

El factor de potencia será máximo cuando la capacidad del condensador sea:

$\left(C_S\right)_{fp_{max}} = \dfrac{I_{L_1}\ sen\psi_{L_1}}{\omega V}$. Esto significa que se compensa completamente la carga reactiva mediante almacenamiento de energía en oposición. Esto sólo es posible cuando la tensión de la fuente es sinusoidal.

El máximo factor de potencia que se puede obtener mediante la conexión de un condensador ideal es: $fp_{S_{max}} = \dfrac{I_{L_1} \cos\psi_{L_1}}{\sqrt{I_{L_1}^2 \cos^2\psi_{L_1} + \sum_2^n I_{L_n}^2}} = \dfrac{P_L}{\sqrt{P_L^2 + D_L^2}}$

El grado de mejora del factor de potencia, debido a la compensación mediante un condensador ideal, se puede expresar como la relación entre el factor de potencia fp_S de la fuente después de la compensación y el factor de potencia fp_L no compensado o de la carga:

$\dfrac{fp_S}{fp_L} = \dfrac{I_L}{I_S}$. Sustituyendo valores: $\dfrac{fp_S}{fp_L} = \sqrt{\dfrac{I_{L_1}^2 + \sum_2^n I_{L_n}^2}{I_{L_1}^2 + \sum_2^n I_{L_n}^2 + V^2\omega^2C^2 - 2V\, I_{L_1}\omega C\ sen\psi_{L_1}}}$

Teniendo en cuenta el valor de la capacidad del condensador que corrige al máximo el factor de potencia de la carga:

$\left(C_S\right)_{fp_{max}} = \dfrac{I_{L_1}\ sen\psi_{L_1}}{\omega V}$, se llega a la relación: $\dfrac{fp_S}{fp_L} = \sqrt{\dfrac{I_{L_1}^2 + \sum_2^n I_{L_n}^2}{I_{L_1}^2 + \sum_2^n I_{L_n}^2 - V^2\,\omega^2\left(C_S\right)_{fp_{max}}^2}}$

EJEMPLO.-

Una fuente de tensión sinusoidal $v(t) = \sqrt{2}\ 200\ sen\,\omega t$ alimenta una impedancia no lineal por la que fluye una corriente de valor:

$i_L(t) = \sqrt{2}\left[20\ sen\left(\omega t - 45°\right) + 10\ sen\left(2\omega t + 60°\right)\right]$

Los valores eficaces de la tensión y corriente son:

$V = 200\,V;\ I = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22'36\ A$

La potencia aparente suministrada por la fuente: $S_S = V.I = 4'472\,VA$ y la potencia media o activa suministrada a la impedancia de carga:

$P_L = V.I\ \cos\psi_{L_1} = 200 \times 20 \times \cos 45° = 2'828\ kW$

El factor de potencia antes de su compensación:

$fp_S = fp_L = \dfrac{P_L}{V.I_L} = \dfrac{2'828}{4'472} = 0'633\ retraso$

Las potencias reactivas y de distorsión para la impedancia de la carga son:

$Q_L = V.I_{L_1}\ sen\psi_{L_1} = 200 \times 20 \times sen\,45° = 2'828\ kVARr$

$D_L = V\ \sqrt{I_L^2 - I_{L_1}^2} = 200 \times 20 = 2\ kVA_{Distorsión}$

El máximo factor de potencia alcanzable mediante la compensación con un condensador ideal, se obtiene neutralizando la potencia reactiva Q_L de la carga. Esta compensación completa sólo es posible por ser sinusoidal la tensión de la fuente.
La capacidad del condensador para la corrección total, supuesta una frecuencia de 50 Hz para la tensión de la fuente, será:

$$\left(C_S\right)_{fp_{\max}} = \frac{I_{L_1}\, sen\psi_{L_1}}{\omega V} = \frac{20\times 0'707}{2\pi\, 50\times 200} = 225\ \mu F$$

El factor de potencia dado por: $fp_{S_{\max}} = \frac{P_L}{\sqrt{P_L^2 + D_L^2}}$, teniendo en cuenta que:

$P_L = 2'828\ kW$ y que $D_L = 2\ kVA_{Distorsión}$, sustituyendo en la expresión anterior se obtiene:

$$fp_{S_{\max}} = \frac{2'828}{\sqrt{2'828^2 + 2^2}} = 0'816$$

Después de la compensación el factor de potencia es debido a la potencia de distorsión, de forma que podría no ser apropiado definir ambos como en retraso o en adelanto.

El grado de mejora del factor de potencia debido a la conexión de un condensador ideal de compensación se puede expresar mediante la relación entre el factor de potencia fp_S después de la compensación y el factor de potencia fp_L antes de la compensación o de la carga. Como $fp_S = \frac{P_S}{V.I_S}$ y $fp_L = \frac{P_L}{V.I_{L_1}}$, resulta: $\frac{fp_S}{fp_L} = \frac{I_{L_1}}{I_S}$.

Con el fin de calcular la posible mejora del factor de potencia obtenible mediante la compensación con un condensador es necesario conocer el valor eficaz del armónico fundamental de la corriente y su ángulo de desplazamiento. El conocimiento de las magnitudes de los armónicos superiores de la corriente y ángulos de fase no son necesarios si la tensión de la fuente es sinusoidal.

Corolario.-

La aplicación de una tensión sinusoidal a una carga no lineal produce una corriente periódica no sinusoidal que puede ser representada mediante una serie armónica de términos de Fourier sinusoidales.
El ángulo de desfase ψ_{L_1} entre la tensión aplicada y la componente fundamental, o primer armónico, de la corriente por la carga se le denomina ***ángulo de desplazamiento*** y la función $\cos\psi_{L_1}$ ***factor de desplazamiento***.
La potencia media sólo se transfiere por la combinación de componentes de tensión y corriente de la misma frecuencia. Como la tensión tiene una única frecuencia, la potencia vendrá dada por: $P_L = V\ I_{L_1}\ \cos\psi_{L_1} = V\ I_{S_1}\ \cos\psi_{S_1}$, siendo el subíndice L correspondiente a la carga y el subíndice S correspondiente a la fuente de tensión e I_{L_1} la componente fundamental del valor eficaz la corriente por la carga.

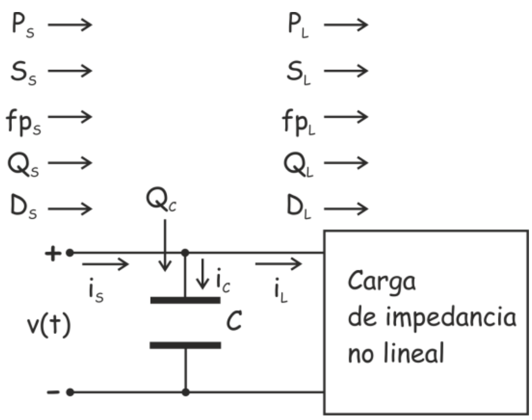
Para un circuito, lineal o no, alimentado con una tensión sinusoidal el factor total de desplazamiento entre la tensión de alimentación y el armónico fundamental de la corriente suministrada, puede ser corregido a la unidad mediante la conexión en paralelo con la fuente de elementos almacenadores de energía. El factor de potencia permanece entonces menor que la unidad debido a la presencia de componentes armónicas de orden superior de la corriente.
La combinación de la tensión con armónicos de orden superior (al fundamental de la tensión) de la corriente crean la ***potencia de distorsión*** que no está asociada con almacenamiento de energía pero que contribuye negativamente a la reducción del factor de potencia.
El efecto de distorsión de los armónicos de orden superior de la corriente de alimentación se expresan mediante el factor de distorsión, que es la relación entre el valor eficaz de la corriente a la frecuencia fundamental y el valor eficaz de la corriente total:

$$\text{factor de distorsión} = \frac{I_{S_1}}{I_S}$$

El factor de potencia de un circuito se puede expresar como el producto del factor de desplazamiento por el factor de distorsión:

$$fp = (\text{factor de desplazamiento}) \times (\text{factor de distorsión}) = \left(\cos\psi_{S_1}\right) \times \left(\frac{I_{S_1}}{I_S}\right).$$

La potencia de distorsión no se ve alterada por la conexión en paralelo con la fuente de un dispositivo de almacenamiento de energía.
La potencia media P_L, potencia reactiva Q_L y potencia de distorsión D_L de la carga forman la potencia aparente que cumplen la relación: $S_S^2 = P_S^2 + Q_S^2 + D_S^2$.



4.- TRANSMISIÓN DE ENERGÍA DE UN FUENTE DE TENSIÓN NO SINUSOIDAL A UNA IMPEDANCIA NO LINEAL.

La forma más genérica de alimentación no sinusoidal de circuitos monofásicos aparece cuando se aplica una tensión no sinusoidal a un circuito que contenga por lo menos una carga, o impedancia, no lineal, de forma que la corriente sea no sinusoidal y de distinta forma de onda de la tensión de alimentación. Esta situación se manifiesta cuando un sistema de distribución de potencia contiene una carga no lineal, tal como una instalación con rectificación, y se encuentre a cierta distancia del punto de la fuente. Un problema asociado es que la corriente no sinusoidal demandada, a través de la impedancia interna de la fuente de tensión, produce no sólo una tensión no sinusoidal en los terminales de la fuente y por tanto de la carga no lineal, sino también en los terminales de otras cargas, posiblemente lineales.

- **Valores instantáneos de la tensión y de la corriente.-**

Sea una fuente de tensión periódica no sinusoidal $v(t)=\sqrt{2}\sum_{1}^{m}V_m\, sen\left(m\omega t+\alpha_m\right)$ conectada a una carga inductiva no lineal a través de una línea de impedancia despreciable. La corriente instantánea suministrada por la fuente será periódica no sinusoidal, pero se puede representar por una serie de Fourier suma de componentes armónicas sinusoidales de la forma: $i_L(t)=\sqrt{2}\sum_{1}^{n}I_{L_n}\ sen\left(n\omega t+\varphi_{L_n}\right)$.

El signo de los ángulo de fase α_{Lm} y φ_{Ln} pueden ser positivos para ciertos valores de m y n y negativos para otros.
Se supone en este caso que la tensión y la corriente son alternadas, es decir, no contienen componente de continua.
La tensión contendrá un grupo de componentes armónicas m_1 que producen corrientes en la carga con la misma frecuencia, y otro grupo de componentes armónicas m_2 que no dan lugar a componentes de la corriente de carga de la misma frecuencia.
Por otra parte, debido a que la carga no es lineal existirán otras componentes armónicas de la corriente que no tengan la misma frecuencia que la tensión de alimentación.
Entonces, se denominarán: n_1 las componentes armónicas de la tensión con la misma frecuencia en la corriente; n_2 las componentes armónicas de la tensión que no tienen componentes en la corriente con la misma frecuencia y n_3 las componentes armónicas de la corriente, debidas a la carga no lineal, que no tiene componentes de la misma frecuencia en la tensión.
Los valores instantáneos de la tensión y corriente bajo este criterio se pueden reescribir como:

$$v(t)=\sqrt{2}\left[\sum_{1}^{n_1}V_{n_1} sen\left(n_1\omega t+\alpha_{n_1}\right)+\sum_{1}^{n_2}V_{n_2} sen\left(n_2\omega t+\alpha_{n_2}\right)\right],\text{ y}$$

$$i_L(t)=\sqrt{2}\left[\sum_{1}^{n_1}I_{Ln_1} sen\left(n_1\omega t+\alpha_{n_1}-\psi_{Ln_1}\right)+\sum_{1}^{n_3}I_{Ln_3} sen\left(n_3\omega t+\alpha_{n_3}-\psi_{Ln_3}\right)\right]$$

supuesta la carga de tipo inductivo con ángulos de fase ψ_{Ln_1} para el grupo de armónicos n_1 de la tensión de alimentación.

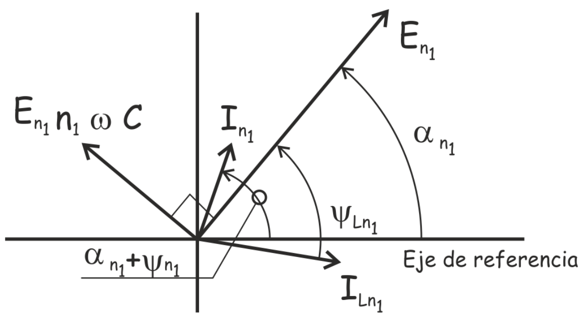


Diagrama fasorial de los grupos de armónicos n_1.

- **Valores eficaces.-**

El valor eficaz de la tensión de la fuente no sinusoidal se obtiene aplicando:

$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v^2(\omega t)\,d\omega t}$, operando:

$V^2 = \sum_1^{n_1} V_{n_1}^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2$, y de la misma forma: $I_L^2 = \sum_1^{n_1} I_{Ln_1}^2 + \sum_1^{n_3} I_{Ln_3}^2$

- **Potencia media.-**

La ortogonalidad de los armónicos hace que la integral, extendida a un período de la función, de los términos con productos cruzados de distinta frecuencia sean cero. Por tanto la potencia media sólo será debida a las componentes n_1 de la tensión y corriente de la misma frecuencia.

$$P_S = P_L = \sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos\psi_{Ln_1}$$

- **Potencia aparente.-**

Por definición, como producto de los valores eficaces de la tensión y de la corriente se obtiene: $S_S = \sqrt{\left[\sum_1^{n_1} V_{n_1}^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\right]} \times \sqrt{\left[\sum_1^{n_1} I_{Ln_1}^2 + \sum_1^{n_3} I_{Ln_3}^2\right]}$

- **Factor de potencia.-**

El factor de potencia vendrá dado por el cociente entre la potencia media y la potencia aparente total, en los terminales de la fuente de tensión:

$$fp_S = \frac{P_S}{S_S} = \frac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos\psi_{Ln_1}}{V\, I_S}$$

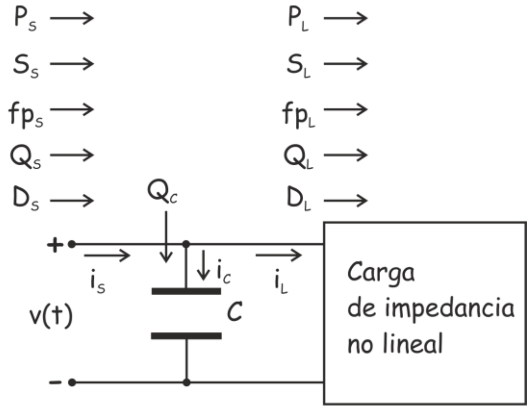
- **Corrección del factor de potencia mediante un condensador ideal conectado en paralelo con la fuente de tensión no senoidal.-**

La corriente instantánea por el condensador se expresará por:

$$i_C(t) = \sqrt{2}\left[\sum_1^{n_1} V_{n_1} n_1\,\omega C\, sen\left(n_1\,\omega t + \alpha_{n_1} + 90^\circ\right) + \sum_1^{n_2} V_{n_2} n_2\,\omega C\, sen\left(n_2\,\omega t + \alpha_{n_2} + 90^\circ\right)\right]$$

, y su valor eficaz: $I_C^2 = \sum_1^{n_1}\left(V_{n_1} n_1\,\omega C\right)^2 + \sum_1^{n_2}\left(V_{n_2} n_2\,\omega C\right)^2$

Por la primera ley de Kirchhoff: $i_S(t) = i_C(t) + i_L(t)$.



Esquema de un circuito con carga no lineal alimentada por una tensión periódica no sinusoidal y con condensador de compensación.

Los dos grupos de componentes n_1 , de la misma frecuencia que las componentes de la tensión se pueden combinar como:

$$\sum_1^{n_1}\left[V_{n_1} n_1\, \omega C\; sen\left(n_1\, \omega t+\alpha_{n_1}+90^{\circ}\right)+I_{Ln_1}\; sen\left(n_1\, \omega t+\alpha_{n_1}-\psi_{L_1}\right)\right]=\sum_1^{n_1} I_{n_1}\; sen\left(n_1\, \omega t+\alpha_{n_1}+\psi_{L_1}\right)$$

, siendo: $I_{n_1}^2=\left(V_{n_1} n_1\, \omega C\right)^2+I_{Ln_1}^2-2\, V_{n_1} n_1\, \omega C\; sen\,\psi_{L_{n1}}$, y

$$tg\left(\alpha_{n_1}+\psi_{Sn_1}\right)=\frac{V_{n_1} n_1\; \omega\; C\; \cos\alpha_{n_1}+I_{Ln_1}\; sen\left(\alpha_{n_1}-\psi_{Ln_1}\right)}{-V_{n_1} n_1\; \omega\; C\; sen\,\alpha_{n_1}+I_{Ln_1}\; \cos\left(\alpha_{n_1}-\psi_{Ln_1}\right)}$$

Teniendo en cuenta la identidad trigonométrica: $tg\left(\alpha_{n_1}+\psi_{S_1}\right)=\dfrac{tg\;\psi_{S_1}+tg\;\alpha_{n_1}}{1-tg\;\psi_{S_1}\times tg\;\alpha_{n_1}}$

y operando, se obtiene: $tg\;\psi_{Sn_1}=\dfrac{V_{n_1} n_1\; \omega\; C-I_{Ln_1}\; sen\;\psi_{Ln_1}}{I_{Ln_1}\; sen\;\psi_{Ln_1}}$, además:

$I_{n_1} sen\;\psi_{Sn_1}=V_{n_1} n_1\; \omega\; C-I_{Ln_1} sen\;\psi_{Ln_1}$ y $I_{n_1}\cos\psi_{Sn_1}=I_{Ln_1}\cos\psi_{Ln_1}$

Combinando los valores eficaces de las corrientes:

$$I_S^2=\sum_1^{n_1} I_{n_1}^2+\sum_1^{n_2}\left(V_{n_2} n_2\; \omega\; C\right)^2+\sum_1^{n_3} I_{Ln_3}^2$$

La potencia aparente en la fuente de tensión se expresará por:

$$S_S^2=V^2 I_S^2=\left(\sum_1^{n_1} V_{n_1}^2+\sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\right)\left(\sum_1^{n_1}\left(V_{n_1}^2 n_1^2\; \omega^2\; C^2+I_{Ln_1}^2-2\, V_{n_1} I_{Ln_1} n_1\; \omega\; C\; sen\;\psi_{Ln_1}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_1^{n_2} V_{n_2}^2 n_2^2\; \omega^2\; C^2+\sum_1^{n_3} I_{n_3}^2\right)$$

Como solo el grupo de armónicos n_1 de la tensión y corriente en la carga contribuyen a la potencia media, ésta viene dada por: $P_S = P_L = \sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos \psi_{Ln_1}$

El factor de potencia vendrá dado por: $fp_S = \dfrac{P_S}{S_S} = \dfrac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos \psi_{Ln_1}}{V\ I_S}$

El máximo valor del factor de potencia, por compensación de reactiva mediante un condensador, se obtiene por el procedimiento de diferenciación:

$$\frac{d\ fp_S}{d\ C} = \frac{P_S}{S_S^2}\frac{d\ S_S}{d\ C} = \frac{P_S}{V\ I_S^2}\frac{d\ I_S}{d\ C}$$

Cuando el factor de potencia es máximo la derivada es cero, por tanto la condición de máximo factor de potencia $(fp_S)_{max}$ se obtendrá por la condición:

$$\frac{d\ fp_S}{d\ C} = \frac{d\ S_S}{d\ C} = \frac{d\ I_S}{d\ C}$$

Operando: $2\ S_S\ d\ S_S = 2\ V^2 \left(\sum_1^{n_1} \left(V_{n_1}^2\ n_1^2\ \omega^2\ C - V_{n_1} I_{Ln_1}\ n_1\ \omega \right) + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\ n_2^2\ \omega^2\ C \right) d\ C$

Mientras fluya una corriente por el circuito $S_S \neq 0$. Por lo tanto el valor C_S de C que hace que la potencia aparente total sea un máximo, o un mínimo, se obtiene cuando:

$\dfrac{d\ S_S}{d\ C} = 0$, es decir: $C_S = (C)_{fp_{max}} = \dfrac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1}\ n_1\ sen\ \psi_{Ln_1}}{\omega \sum_1^{n_1} V_{n_1}^2\ n_1^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\ n_2^2}$

La segunda derivada es siempre $\dfrac{d^2\ S_S}{d\ C^2} => 0$ por lo que la condición anterior represente una condición de mínimo para la potencia aparente S_S. El mínimo de esta potencia se obtiene sustituyendo el valor de C por C_S en la expresión de la potencia aparente, es decir:

$$S_{S_{min}}^2 = V^2 I_{S_{min}}^2 = \left(\sum_1^{n_1} V_{n_1}^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2 \right) \left(\sum_1^{n_1} \left(V_{n_1}^2 n_1^2\ \omega^2\ C_S^2 + I_{Ln_1}^2 - 2\ V_{n_1} I_{Ln_1} n_1\ \omega\ C_S\ sen\ \psi_{Ln_1} \right) + \right.$$
$$\left. + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2 n_2^2\ \omega^2\ C_S^2 + \sum_1^{n_3} I_{n_3}^2 \right)$$

El máximo factor de potencia que se puede obtener mediante la compensación con un condensador ideal será:

$$fp_{S_{max}} = \frac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos\psi_{Ln_1}}{S_{S_{min}}} = \frac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1} \cos\psi_{Ln_1}}{\sqrt{\left(\sum_1^{n_1} V_{n_1}^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\right) I_{S_{min}}^2}}$$

Siendo:

$$I_{S_{min}}^2 = \sum_1^{n_1}\left(V_{n_1}^2 n_1^2\ \omega^2\ C_S^2 + I_{Ln_1}^2 - 2\,V_{n_1} I_{Ln_1} n_1\ \omega\, C_S\ sen\,\psi_{Ln_1}\right) + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2 n_2^2\ \omega^2\ C_S^2 + \sum_1^{n_3} I_{Ln_3}^2$$

Hay que hacer notar que el cálculo del valor de la capacidad del condensador que conduce al factor de potencia máximo no involucra la descomposición de la potencia aparente en sus componentes analíticas. No obstante esa descomposición es muchas veces útil.

EJEMPLO.-

Una tensión periódica no sinusoidal de valor instantáneo:

$$v(t) = \sqrt{2}\left[200\ sen\,\omega t + 200\ sen(2\,\omega t - 30^\circ)\right]$$

Se aplica a una impedancia no lineal resultando una corriente instantánea de valor:

$$i(t) = \sqrt{2}\left[20\ sen(\omega t - 45\Diamond) + 10\ sen(2\,\omega t - 60^\circ) + 10\ sen(3\,\omega t + 60^\circ)\right]$$

Se desea obtener el máximo factor de potencia obtenible mediante compensación de reactiva con un condensador en paralelo con la fuente y el valor óptimo del condensador para una frecuencia de 50 Hz.

En este ejemplo el grupo n_1 de componentes armónicas comunes a la tensión y a la corriente corresponden al primer (fundamental) y segundo armónico. El grupo n_2 de armónicos presentes en la tensión y no en la corriente es nulo y el grupo n_3 de armónicos presentes en la corriente y no en la tensión contiene el tercer armónico, pero no es necesario para el cálculo del condensador.
El valor óptimo del condensador viene dado por la expresión:

$$C_S = (C)_{fp_{max}} = \frac{\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1}\ n_1\ sen\,\psi_{Ln_1}}{\omega \sum_1^{n_1} V_{n_1}^2\ n_1^2 + \sum_1^{n_2} V_{n_2}^2\ n_2^2}$$

En este caso: $\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1}\ n_1 = 200^2 \times 1^2 + 200^2 \times 2^2 = 2 \times 10^5\ V^2$

El ángulo ψ_{Ln_1} es el ángulo de desfase entre la corriente I_{Ln_1} y la tensión V_{n_1}, por tanto:

$$\sum_1^{n_1} V_{n_1} I_{Ln_1}\ n_1\ sen\,\psi_{Ln_1} = 200 \times 20 \times 1 \times sen\,45^\circ + 200 \times 10 \times 2 \times sen\,30^\circ = 4.828\ VA$$

A 50 Hz la capacidad C_S será: $C_S = \dfrac{4.828}{2\,\pi \times 50 \times 2 \times 10^5} = 76'8\ \mu F$

La corriente mínima suministrada por el generador $I_{S_{min}}$ en presencia del condensador C_S, teniendo en cuenta que en este caso $n_2 = 0$ será:

$$I^2_{S_{min}} = \sum_1^{n_1}\left(V^2_{n_1} n_1^2\ \omega^2\ C_S^2 + I^2_{Ln_1} - 2\, V_{n_1} I_{Ln_1} n_1\ \omega\, C_S\ sen\,\psi_{Ln_1}\right) + \sum_1^{n_3} I^2_{Ln_3}$$, sustitiyendo:

$$I^2_{S_{min}} = \left[200^2 \times 1^2 \times \left(\frac{2414}{10^5}\right)^2 + 20^2 - 2\times 200\times 20\times 1\times\left(\frac{2414}{10^5}\right) sen\,45^\circ + \right.$$

$$\left. + 200^2 \times 2^2 \times \left(\frac{2414}{10^5}\right)^2 + 10^2 - 2\times 200\times 20\times 1\times\left(\frac{2414}{10^5}\right) sen\,30^\circ \right] + 10^2$$

y operando se llega a: $I_{S_{min}} = 22\ A$.

El valor eficaz de la tensión suministrada por el generador es: $V^2 = \sum_1^{n_1} E^2_{n_1} = 200^2 + 200^2 = 80.000$; $V = 283\, V$.

El valor mínimo de la potencia aparente suministrada por el generador:
$S_{S_{min}} = V \times I_{S_{min}} = 22 \times 283 = 6'226\ kVA$.

La potencia media suministrada por el generador:

$$P_S = \sum_1^{n_1} E_{n_1}\ I_{n_1} \cos\psi_{Ln_1} = 200\times 20\times \cos 45^\circ + 200 \times 10 \times \cos 30^\circ = 4'56\ kW$$

El máximo factor de potencia: $fp_{max} = \dfrac{P_S}{S_{S_{min}}} = \dfrac{4'56}{6'226} = 0'733$.

La corriente por la carga: $I_L = \sqrt{20^2 + 10^2 + 10^2} = 24'5\ A$

La potencia aparente absorbida por la carga: $S_L = V\ I_L = 6'95\ kVA$

Factor de potencia de la carga: $fp_L = \dfrac{P_L}{S_L} = \dfrac{4'56}{6'95} = 0'66$

La utilización de un condensador conectado en paralelo en terminales de la fuente de tensión incrementa el factor de potencia un 10% respecto al valor sin compensación.

- **Compensación en circuitos no lineales alimentados con una tensión no sinusoidal.**

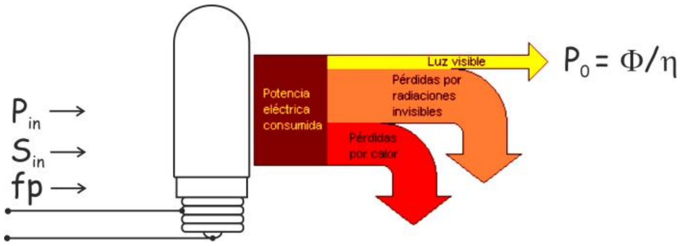
El consumo más económico para una carga eléctrica se verifica para factor de potencia unidad, cuando la potencia media es igual a la potencia aparente. Bajo esta condición la corriente de alimentación es mínima, consecuente con una potencia media determinada a una tensión fija. Por lo tanto, las pérdidas por calentamiento en las líneas de suministro también son mínimas. El proceso de corrección del factor de potencia es un intento en reducir el valor de la potencia aparente de una carga al valor de la potencia media consumida. La corrección del factor de potencia, o compensación, puede verse también como un medio para incrementar la eficiencia del sistema.
En sistema eléctrico se pueden considerar dos tipos diferentes de eficiencia:

○ **Rendimiento interno.-**

Se puede definir mediante la relación entre la potencia media de salida y la potencia media de entrada: $\eta_{\text{int}} = \frac{P_0}{P_{in}}$, evalúa la pérdidas de energía en el proceso.

○ **Rendimiento externo.-**

También llamado factor de potencia, se define con la relación entre la potencia media de entrada y la potencia aparente de entrada: $\eta_{ext} = \frac{P_{in}}{S_{in}}$



En contraste con la eficiencia interna, la eficiencia externa o factor de potencia no muestra las pérdidas de energía sino que indica la regularidad de la distribución de la potencia en el tiempo.

Una resistencia ideal tiene una eficiencia externa unidad, o factor de potencia, el máximo valor posible, independientemente de la forma de onda de la fuente de suministro de energía eléctrica.

Este hecho conduce, de una forma sencilla y general así como práctica, a la definición de un sistema con eficiencia externa unidad que será aquel para el cual la eficiencia externa, o factor de potencia, sea la unidad, es decir, que la corriente de entrada al sistema sea proporcional, en todo instante, a la tensión de alimentación instantánea.

Esta definición es cierta independientemente de la forma de onda de la tensión de suministro.

Si la tensión instantánea de suministro v es sinusoidal de frecuencia angular ω, el flujo instantáneo de energía que fluye a una resistencia lineal R viene dada por:

$$v.i = \frac{V^2}{R}\left(1 - \cos 2\omega t\right).$$

Con una tensión de alimentación no sinusoidal y una resistencia lineal R, la tensión instantánea, corriente y flujo de energía vendrán dados por:

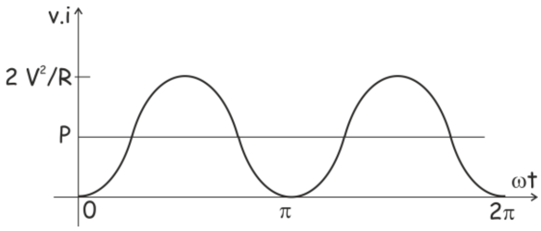
$$v = \sqrt{2}\sum_{1}^{n} V_n \ sen\left(n\omega t + \alpha_n\right), \text{ e } i = \frac{v}{R}$$

$$v.i = \frac{e^2}{R} = \sum_{1}^{n} \frac{V_n^2}{R}\left[1 - \cos\left(2\omega t + \alpha_n\right)\right] +$$

$$+\sum_{m \neq n}^{n}\sum_{1}^{m} \frac{V_n V_m}{R} \times \left\{\cos\left[\left(n-m\right)\omega t + \left(\alpha_n - \alpha_m\right)\right] - \cos\left[\left(n+m\right)\omega t + \left(\alpha_n + \alpha_m\right)\right]\right\}$$

con m y n números enteros positivos, pero el valor máximo de m no puede exceder la valor máximo de n.

La curva de $v(t).i(t)$ en función del tiempo para una tensión con cualquier forma de onda se puede considerar como la curva de referencia para esa forma particular de tensión de alimentación, así como $v.i = \frac{V^2}{R}\left[1 - \cos 2\omega t\right]$, figura adjunta, representa la curva de referencia para la tensión de alimentación sinusoidal.



La compensación de una carga no resistiva que se alimenta con una tensión no sinusoidal requerirá que la cantidad total de flujo de energía instantáneo a la carga no resistiva más la de los dispositivos de compensación sea igual a la definitiva por:

$$v.i = \frac{e^2}{R} = \sum_1^n \frac{V_n^2}{R}\left[1 - \cos\left(2\omega t + \alpha_n\right)\right] +$$
$$+ \sum_{m \neq n}^{n} \sum_1^{m} \frac{V_n V_m}{R} \times \left\{\cos\left[\left(n - m\right)\omega t + \left(\alpha_n - \alpha_m\right)\right] - \cos\left[\left(n + m\right)\omega t + \left(\alpha_n + \alpha_m\right)\right]\right\}$$

Cualquier red con armónicos que no se definen en la forma de onda de referencia, expresada en la ecuación anterior, deben ser también compensados con el fin de lograr una eficiencia externa unidad, o factor de potencia unitario.

Métodos generales de compensación en circuitos.

La compensación de potencia reactiva en redes de alimentación de cargas no lineales con tensiones no sinusoidales es mucho más compleja que en el caso de alimentación con tensiones sinusoidales y requiere un estudio mucho más pormenorizado del que se pretende en este texto de introducción.
Cualquier componente no deseable de la corriente, ya sea por desfase de la componente fundamental o por componentes de armónicos de orden superior, deben ser suprimidas, o bien en las líneas de suministro o desviados de la alimentación mediante ramas de drenaje.
Los métodos de actuación en el problema de compensación se pueden clasificar en cuatro grandes categorías:
1.- Modificación de la propia impedancia de la carga. Con rectificadores controlados, por ejemplo, mediante la variación de los ángulos de ignición y extinción efectivos se varía la impedancia de la carga.
2.- Uso de un circuito auxiliar, activo o pasivo, en paralelo con la impedancia de la carga. El objetivo es drenar por el circuito auxiliar una corriente complementaria a la corriente por la carga de forma que la corriente total a la alimentación sea proporcional a la tensión de alimentación.
3.- Utilización de filtros en terminales de la fuente de alimentación. Cuando la tensión de alimentación es no sinusoidal el uso de filtros en la fuente de alimentación pueden desviar las corrientes armónicas de la red.
4.- Supresión de los armónicos de la corriente mediante armónicos antifase inyectados a través de un transformador de acoplamiento.
En base a estos métodos se desarrollan los siguientes equemas:
- Compensación mediante ramas con circuitos resonantes.

- Compensación mediante ramas con condensadores en paralelo.
- Compensación por inyección de armónicos de corriente.
- Compensación por mejora de las características de la carga.

Corolario.-

La característica de una carga eléctrica que normalmente se conoce como factor de potencia se podría, alternativamente, llamar eficiencia externa, ya que define la eficiencia con la que las líneas de alimentación conectadas a la carga están operando.
Independientemente de la forma de onda de la tensión y de la corriente, la condición de factor de potencia unidad se establece cuando la corriente de entrada a una carga es proporcional en todo momento a la tensión instantánea de alimentación. La compensación del factor de potencia de una carga, con independencia de la forma de onda de tensión de alimentación, requiere que la corriente total de alimentación esté limitada a la forma de onda que tendría con carga resistiva pura.

El método más general de compensación del factor de potencia, para cargas alimentadas con tensiones de forma de onda arbitrarias, es sintetizar una red de compensación que genere una corriente complementaria a la corriente de carga. Las características de una red de este tipo son más útiles especificando valores instantáneos simultáneos de tensión y corriente en sus terminales. Cuando la distorsión de la tensión de alimentación es relativamente pequeña, los filtros L-C conectados en paralelo se pueden diseñar fácilmente para proporcionar redes bypass para componentes armónicas individuales de la corriente. Un enfoque alternativo es la de suprimir los armónicos de corriente en la fuente, inyectando armónicos en contrafase mediante un transformador de acoplamiento. Este método se ha aplicado en bajos niveles de potencia, para suprimir harmónicos particulares, pero la implementación a gran escala, aunque conceptualmente factible, no parece que sea técnica o económicamente viable en la actualidad.

5.- TRANSMISIÓN DE ENERGÍA DE UN FUENTE TRIFÁSICA DE TENSIÓN SINUSOIDAL A UNA IMPEDANCIA NO LINEAL.

La presencia de armónicos en las corrientes de los circuitos trifásicos origina otros problemas además de los indicados anteriormente para los circuitos monofásicos.

- **Sistema trifásico a cuatro hilos.-**

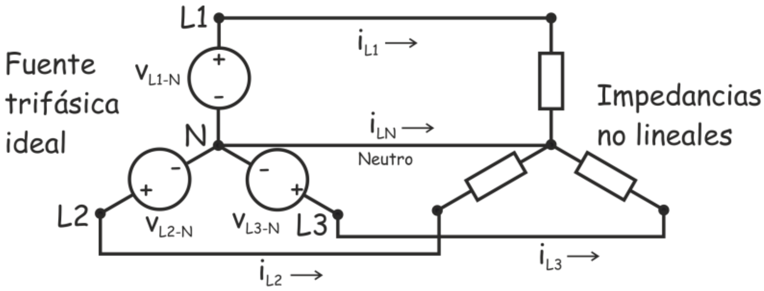
En los sistemas de alimentación a cuatro hilos (tres fases y neutro) los armónicos de la corriente pueden provocar que la corriente por el conductor neutro exceda ampliamente al valor eficaz de la corriente por las fases. Los condensadores de corrección del factor de potencia pueden experimentar incrementos significativos de su corriente provocando su destrucción.

Sean las tensiones del sistema trifásico a cuatro hilos:

$$v_{L1-N} = \sqrt{2}\, V_m \cos(\omega t)$$

$$v_{L2-N} = \sqrt{2}\, V_m \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_{L3-N} = \sqrt{2}\, V_m \cos(\omega t + 120^\circ)$$



Si la corriente no lineal por la carga trifásica es equilibrada, alternada y con los mismos contenidos en armónicos se tendrá que:

$$i_{L1} = \sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty} I_{L1_k} sen\left(k\omega t - \theta_{L1_k}\right)$$

$$i_{L2} = \sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty} I_{L2_k} sen\left(k\left(\omega t - \theta_{L2_k}\right) - 120°\right)$$

$$i_{L3} = \sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty} I_{L3_k} sen\left(k\left(\omega t - \theta_{L3_k}\right) + 120°\right)$$

La corriente por el neutro, suma de las corrientes de línea, vendrá dada por:

$$i_N = \sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[I_{L1_k} sen\left(k\omega t - \theta_{L1_k}\right) + I_{L2_k} sen\left(k\left(\omega t - \theta_{L2_k}\right) - 120°\right) +$$
$$+ I_{L3_k} sen\left(k\left(\omega t - \theta_{L3_k}\right) + 120°\right)\Big]$$

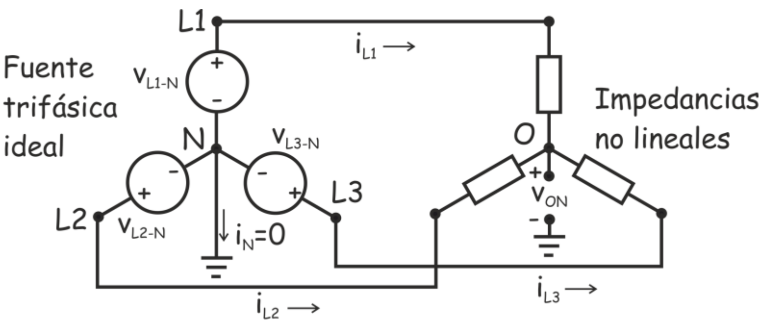
Cuando la carga está desequilibrada (a pesar de que las tensiones estén equilibradas y no distorsionadas), poco se puede decir acerca de las corrientes de neutro y de línea que pueden contener armónicos de cualquier orden, incluyendo armónicos pares y múltiplos de tres.

La expresión de la corriente por el neutro se simplifica considerablemente en el caso de carga equilibrada. Una carga equilibrada no lineal es aquella para la cual las corrientes de línea son iguales: $I_{L1_k} = I_{L2_k} = I_{L3_k} = I_k$ y las fases también son iguales: $\theta_{L1_k} = \theta_{L2_k} = \theta_{L3_k} = \theta_k$, para todo valor de k. Esto es, los armónicos de las tres fases tienen las mismas amplitudes y desfases. En este caso:

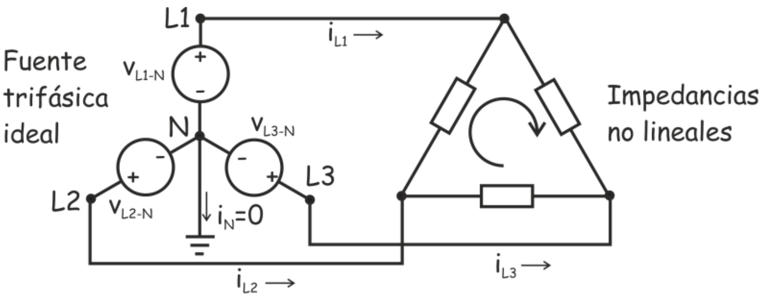
$i_N = \sqrt{2}\sum_{k=3,6,9,\ldots}^{\infty} 3\, I_k\, sen\left(k\omega t - \theta_k\right)$, por lo tanto, el armónico fundamental y la mayor parte de los restantes armónicos se cancelan, y no aparecen en el conductor neutro. Pero no todos los armónicos se anulan, la componente de corriente continua y los armónicos múltiplos de tres (triplens) suman en el neutro en lugar de cancelarse. Así el valor eficaz de la corriente por el neutro será: $I_N = 3\sqrt{\sum_{k=3,6,9,\ldots}^{\infty} I_k^2}$

- **Sistema trifásico a tres hilos.-**

Si no existe una conexión de neutro al centro de la carga configurada en estrella, entonces la corriente por el neutro i_N debe ser la misma que en el caso de carga equilibrada y la expresión: $i_N = \sqrt{2} \sum_{k=3,6,9,\ldots}^{\infty} 3\, I_k\, sen\left(k\omega t - \theta_k\right)$ sigue siendo válida, por lo tanto la suma de los armónicos triples de las corrientes de carga debe ser cero. Es por ello por lo que las corrientes de línea i_{L1}, i_{L2} e i_{L3}, no contienen harmónicos triples. Lo que sucede es que se induce una tensión en el punto neutro de la carga que contiene los armónicos triples, haciendo que estos se eliminen de la corriente.



Este resultado se produce sólo cuando la carga es equilibrada.
Con carga desequilibrada, pueden aparecer todos los armónicos en las corrientes de línea, incluyendo los triples. En la práctica, las cargas nunca son exactamente equilibradas por lo que siempre aparece en las corrientes de línea pequeñas cantidades del tercer armónico.
Con cargas conectadas en triángulo, tampoco existe conexión con el neutro, por lo que las corrientes de línea no pueden tener armónicos triples.



Pero si las cargas no lineales están conectadas entre líneas y se excitan con tensiones sinusoidales no distorsionadas, los armónicos triples aparecen en las corrientes de fase, es decir, fluyen circulando a través de las cargas que conforman el triángulo.
Si la carga se equilibra, de nuevo no aparecerán armónicos triples en las corrientes de línea.

***Corolario:* Causas y efectos de los armónicos en los sistemas de distribución de energía eléctrica trifásicos.**

Las causas más comunes de la aparición de armónicos en la red eléctrica debida a los sistemas de iluminación y alumbrada son:

- Equipos ferromagnéticos con características no lineales de magnetización para lámparas de descarga.
- Balastos electrónicos para lámparas de descarga.
- Equipos electrónicos de conmutación para fuentes de alimentación de lámparas.

Estos pueden provocar:

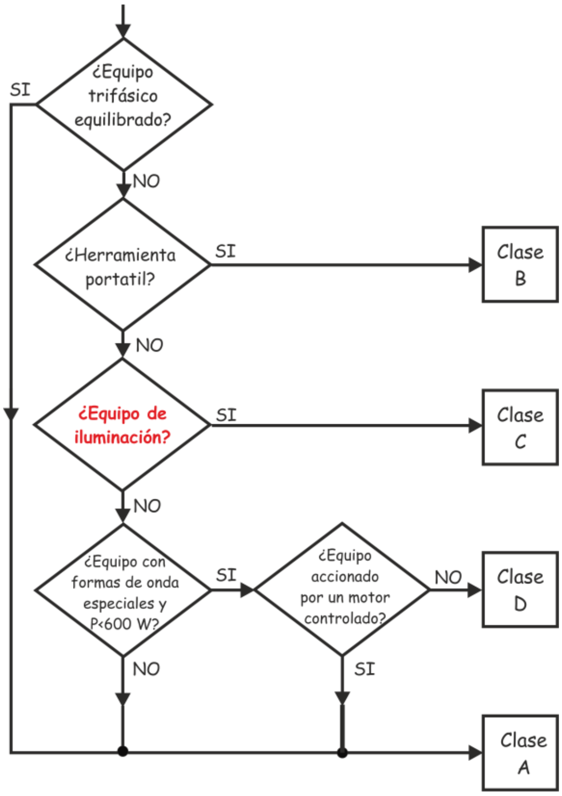
- Aumento de la potencia a suministrar, disminución del factor de potencia.
- Disparo intempestivo de interruptores automáticos.
- Sobrecargas en los conductores.
- Vibraciones y sobrecargas en las máquinas.
- Inestabilidad en el sistema eléctrico.
- Mal funcionamiento de los relés de protección.
- Disminución de la impedancia de los condensadores de corrección del factor de potencia. Aparición del fenómeno resonante.
- Mediciones erróneas con los equipos de medida.
- Perturbaciones en los equipos de control.

6.- NORMATIVA.

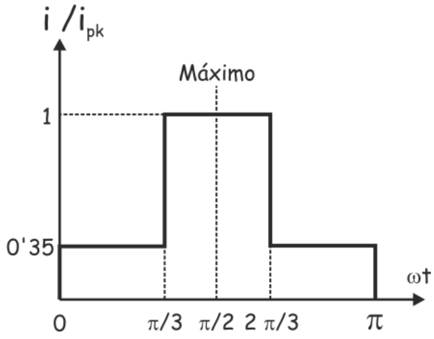
El Comité Europeo para la Estandarización en Electrotecnia (CENELEC) dispuso la norma EN61000-3-2. Esta parte de la norma trata de la limitación de las corrientes armónicas inyectadas en la red pública. Determina los requisitos a cumplir en las conexiones de las cargas perturbadoras de gran potencia, que producen armónicos e interarmónicos, en la red general.

Norma IEC - 61000-3-2.

Esta noma internacional limita los valores de emisión de corriente armónicas para equipos cuya corriente de entrada sea menor o igual a 16 A, por fase, destinados a conectarse a redes públicas de baja tensión. El diagrama de flujo adjunto muestra la clasificación de los equipos que cumplen las condiciones anteriores.



La envolvente de la forma de onda de la corriente considerada, en el análisis que utilice esta norma, debe encontrarse al menos el 95% del tiempo que esté conectado el equipo dentro de la gráfica mostrada en la figura.



En las siguientes tablas se muestran se muestran los límites de corriente, en *rms*, para los diferentes armónicos considerados. Los valores pertenecientes a los equipos de la clase B son el 50% mayores que los considerados para la clase A. Para situaciones particulares se ha de recurrir a una lectura detenida de la normativa. Esta normativa no se aplica a equipos de gran potencia, ya que estos están destinados a uso profesional y no son utilizados por el público en general.

Orden de armónicos impares (k)	**Máxima corriente admisible (A)**	**Orden de armónicos pares (k)**	**Máxima corriente admisible (A)**
3	2.3	2	1.08
5	1.14	4	0.43
7	0.77	6	0.30
9	0.40	$8 \leq k \leq 40$	1.84/k
11	0.33		
13	0.21		
$15 \leq k \leq 39$	2.25/k		

Orden armónico (k)	**Máxima corriente admisible [1] (%)**
2	2
3	30 x fp
5	10
7	7
9	5
$15 \leq k \leq 39$	3
(1) Tanto por ciento respecto de la corriente de frecuencia fundamental. fp, factor de potencia del circuito. La potencia de las luminarias debe ser P > 25 W.	

Orden armónico (k)	**Máxima corriente admisible**	
	(mA/W) [1]	(A)
3	3.40	2.30
5	1.90	1.14

7	1.00	0.77
9	0.50	0.40
11	0.35	0.33
13	0.296	0.21
$15 \leq k \leq 39$	3.85/k	2.25/k
(1) Corrientes relativas a la potencia del equipo (p) No existen límites para equipos con P < 75 W		

Norma IEC - 61000-3-4.

Esta noma extiende las competencias de la 61000-3-2, regulando las emisiones armónicas de los equipos eléctricos y electrónicos con una corriente de línea demandada por fase superior a 16 A, que se pretenden conectar a las redes públicas de baja tensión, generalmente de carácter industrial, de corriente alterna a 50 o 60 Hz, según los criterios siguientes:

- Conexión monofásica a redes de hasta 240 V de tensión nominal de dos o tres conductores.
- Conexión trifásica a redes de hasta 600 voltios de tensión nominal de tres o cuatro conductores.

Se establecen las siguientes definiciones:
- Punto de acoplo común (PCC) es el punto de la red pública que está más próximo al consumidor afectado, y en el que están o pueden estar conectados más consumidores.
- Tasa de distorsión armónica (THD – Total Harmonic Distorsion), se define por:

$$THD(\%) = 100\,\frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{40} I_k^2}}{I_1}$$

- Distorsión armónica parcial ponderada (PWHD), se define por:

$$PWHD(\%) = 100\,\frac{\sqrt{\sum_{k=14}^{40} I_k^2}}{I_1}$$

- Potencia cortocircuito S_{SC} como: $S_{SC} = \frac{U_{nom}^2}{Z}$, siendo U_{nom} la tensión nominal de línea y Z la impedancia en el punto P_{CC}.
- Potencia aparente nominal del equipo, S_{eq}, que se calcula a partir de la corriente I_{eq} nominal y de su tensión nominal U_p entre fase y neutro o U_i entre fases:

Comité Español de Iluminación

$(a) \quad S_{eq} = U_p . I_{eq}$

$(b) \quad S_{eq} = U_i . I_{eq}$

$(c) \quad S_{eq} = \sqrt{3} . U_p . I_{eq}$

$(d) \quad S_{eq} = 3 . U_p . I_{eq-\max}$

La ecuación (a) proporciona la potencia aparente para receptores conectados entre fase y neutro; la (b) para receptores conectados entre fases; la (c) para receptores trifásicos equilibrados; la (d) para receptores trifásicos desequilibrados, siendo $I_{eq-\max}$ el máximo valor eficaz de la corriente que fluye en las tres fases.

- Relación de cortocircuito R_{sce}, es la relación establecida entre la potencia de cortocircuito en el punto de acoplo común y la potencia aparente del equipo a conectar:

$$(1) \quad R_{sce} = \frac{S_{sc}}{3 . S_{eq}}$$

$$(2) \quad R_{sce} = \frac{S_{sc}}{2 . S_{eq}}$$

$$(3) \quad R_{sce} = \frac{S_{sc}}{S_{eq}}$$

La ecuación (1) muestra la relación de cortocircuito para equipos conectados entre fase y neutro; la (2) para equipos conectados entre fases y la (3) para cualquier equipo trifásico.
A partir de la relación de cortocircuito existen diferentes métodos de conexión a la red:

Modo 1.- Conexión simplificada en la que los equipos que cumplen con los valores indicados en la tabla 1 pueden se conectados en cualquier punto del sistema de potencia donde la relación de cortocircuito R_{sce} sea mayor o igual a 33.

Modo 2.- Conexión basada en los datos de la red y del equipo. Para aquellos equipos que no cumplan las especificaciones del modo 1, se podrán permitir valores superiores de emisión armónica, tablas 2 y 3, en base al estudio de las características del enlace a la red, siempre y cuando la relación de cortocircuito R_{sce} sea mayor de 33.

Modo 3.- Conexión basada en la potencia declarada del consumidor. Cuando no se satisfacen las condiciones indicadas en el modo 1 y modo 2, o si la corriente del equipo excede de 75 A, la entidad suministradora puede aceptar la conexión del equipo según la potencia activa declarada en la instalación del consumidor. En este caso se aplicarán los requisitos impuestos por la entidad suministradora.

Tablas que recogen los valores limitados de polución armónica para cada uno de los modos indicados anteriormente.

Armónicos no múltiplos de 3		Armónicos múltiplos de 3	
Orden armónico (k)	Máx. corriente I_k/I_1 %	Orden armónico (k)	Máx. corriente I_k/I_1 %
5 7 11 13 17 19 23 25 29 31	10.7 7.2 3.1 2.0 1.2 1.1 0.9 0.8 0.7 0.7	3 9 15 21 27 $\geq$ 33	21.6 3.8 0.7 $\leq$ 0.6 $\leq$ 0.6 $\leq$ 0.6
Para armónicos pares: $\leq$ 8/k ó $\leq$ 0.6. I_1 corriente nominal de frecuencia fundamental.			

Tabla 1.

Mín. R_{sce} (1)	Tasa total Admisible (%)		Tasa individual admisible (%)					
	THD	PWHD	I_3/I_1	I_5/I_1	I_7/I_1	I_9/I_1	I_{11}/I_1	I_{13}/I_1
66	25	25	23	11	8	6	5	4
120	29	29	25	12	10	7	6	5
175	33	33	29	14	11	8	7	6
250	39	39	34	18	12	10	8	7
350	46	46	40	24	15	12	9	8
450	51	51	40	30	20	14	12	10
600	57	57	40	30	20	14	12	10

(1) Para valores intermedios de R_{sce} se puede interpolar.

El valor relativo de los armónicos pares no debe sobrepasar 16/k %.
En caso de sistemas trifásicos desequilibrados, estos valores se aplican a cada fase.

Tabla 2.

Mín. R_{sce} (1)	Tasa total Admisible (%)		Tasa individual admisible (%)			
	THD	PWHD	I_3/I_1	I_5/I_1	I_{11}/I_1	I_{13}/I_1
66	16	25	14	11	10	8
120	18	29	16	12	12	8
175	25	33	20	14	12	8
250	35	39	30	18	13	8
350	48	46	40	25	15	10
450	58	51	50	35	20	15
600	70	57	60	40	25	18

(1) Para valores intermedios de R_{sce} se puede interpolar. El valor relativo de los armónicos pares no debe sobrepasar 16/k %. En caso de sistemas trifásicos desequilibrados, estos valores se aplican a cada fase.
Tabla 3.

Se despreciarán las medidas de los armónicos cuya presencia con respecto a la componente fundamental sea menor del 0’6 %. La emisiones transitorias de armónicos con duración menor de 10 segundos producidas por la conexión o desconexión de equipos, no serán mayores del 50 % con respecto a los valores tabulados para cada modo. Los límites de corriente se aplicarán sobre cualquier transitorio que aparezca durante la evaluación del equipo o en cualquier parte del mismo. Para armónicos pares cuyos órdenes estén comprendidos entre el 2 y el 10, y los impares comprendidos entre los órdenes 3 y 19, se permitirán valores que no superen en 1’5 veces a los valores tabulados, durante un máximo de un 10 % de un período de observación de 2’5 minutos.

Norma UNE-EN 61000-3-12.

Trata de la limitación de las corrientes armónicas inyectadas en la red de suministro público. Los límites se aplican a los equipos eléctricos y electrónicos con una corriente asignada de entrada superior a 16 A e igual o inferior a 75 A por fase, destinados a ser conectados a las redes de distribución pública de baja tensión en corriente alterna de:

- Tensión nominal hasta 240 voltios, monofásica, dos o tres conductores.
- Tensión nominal hasta 690 voltios, trifásica, tres o cuatro conductores.
- Frecuencia nominal de 50 o 60 Hz.

Para corrientes asignadas superiores a 75 amperios por fase se consideran en el marco de requisitos de armónicos de corriente para instalaciones, futuro informe técnico IEC 61000-3-14.

Norma UNE-EN 61642.

Redes industriales de corriente alterna afectada por armónicos. Empleo de filtros y de condensadores a instalar en paralelo. Esta noma internacional establece las directrices para la utilización de filtros pasivos de armónicos de corriente alterna y de condensadores a instalar en paralelo destinados a la limitación de armónicos y a la corrección del factor de potencia en instalaciones eléctricas industriales de baja y alta tensión.

BIBLIOGRAFÍA SUSCINTA.

“Some general properties of nonliear elements, I- General energy relations”. Manley, J.M. Rowe, H.E. Proc. IRE Vol 44 No 7. 1956.
“General power relationship for positive and negative nonlinear reistive elements”. Pantell, R.H. Proc. IRE Vol 46 No 12 1958.
“Instantaneous rate of energy flow in nonliear circuits and its relation to active and reactive power”. Zakikhani, P. MSc Thesis, University of Bradford, England. 1970.
*“Energy flow and power factor in non sinusoidal circuits”.*Shephard an Zand. Cambridge University Press. 1979.

“The flow power and reactive components in rectifier and invertir equipments”. Calverley, T.E. English Electric Journal. Vol 13 1956.
“Distortion of electricity power supply waveform by semiconductors”. Howroyd, D. C. IEE Conference publication 154 on Power Electronics – Power Semiconductors and their Applications. 1977.
“Reactive compensation and harmónica suppression for industrial power systems using thyristor converters”. Steeper, D.E. and Stratford, R. P. Trans. IE Vol 1A-12. No 3. 1976.
“Simulación de reguladores de intensidad constante utilizados en el balizamiento aeronáutico”. Bugallo Siegel, Francisco J. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 1991.
“Estudio y eliminación de armónicos en el sistema de ayudas visuales a la navegación aérea en el aeropuerto de Valencia”. Midal Lombarte, Daniel. Universitat Rovira i Virgili de Valencia. 2003.
“Calidad de suministro eléctrico. Penetración de armónicos. Mitigación de sus efectos en las plantas industriales”. Rodriguez Luque, Johana. Proyecto fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2013.
“Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 3-2: Limites: Límites para las emisiones de corriente armónica (equipos con corriente de entrada $\leq$ 16 A por fase)”. UNE-EN 61000-3-2:2006/A1/A2. Madrid AENOR, 2010.
“Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 3-4: Limites: Límites para las emisiones de corriente armónica en las redes de baja tensión para equipos con corriente asignada superior a 16 A”. EN 61000-3-4:20012. Madrid AENOR, 2012.
“Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 3-12: Limites para las corrientes armónicas producidas por los equipos conectados a las redes públicas de baja tensión con corriente de entrada > 16 A y $\leq$ 75 A por fase”. UNE-EN 61000-3-12:20012/A1/A2. Madrid AENOR, 2012.